CONCOURS POUR L'ADMISSION EN FORMATION INITIALE POUR L'OBTENTION DES DIPLOMES D'OFFICIER CHEF DE QUART MACHINE ET DE CHEF MECANICIEN 8000 kW

MATHEMATIQUES

(Durée : 2 heures)

1re QUESTION (valeur = 3)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(1+x)(2-x)=2$

b) $2\,ln(1+e^x)+ln(2-e^x)=ln\big(2(1+e^x)\big)$

2e QUESTION (valeur = 3,5)

1. Soit n un entier naturel.
   a. Exprimer
   $$A=\sum_{k=0}^{k=n}2^k=2^0+2^1+2^2+\cdots+2^{n-1}+2^n$$
   en fonction de n.
   b. Exprimer
   $$B=\sum_{k=0}^{k=n}(-2)^k$$
   en fonction de n. Simplifier l'expression obtenue selon la parité de n.
   c. Exprimer
   $$C=\sum_{k=0}^{k=n}[2^k+3(-2)^k]$$
   en fonction de n. Simplifier l'expression obtenue selon la parité de n.
2. Déterminer l'entier naturel n qui vérifie $\sum\limits_{k=0}^{k=n}\left[2^k+3(-2)^k\right]=2^8$

Tourner la page

3^e QUESTION (valeur = 2,5)

1. Résoudre l'équation différentielle $y' + 3y = 0$
2. Déterminer une solution particulière de l'équation différentielle $y' + 3y = 9$
3. Résoudre l'équation différentielle $y' + 3y = 9$
4. Donner la solution f de l'équation différentielle $y' + 3y = 9$ qui vérifie $f(0) = 0$

4^e QUESTION (valeur = 7)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$.

1. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que pour tout x de $\mathbb{R}\backslash\{1\}$:
$$f(x) = a\,x + b + \frac{c}{x-1}$$
2. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Déterminer la position de C_f par rapport à son asymptote d'équation $y = x + 3$.
4. Dresser le tableau de variation de f.
5. $\mathcal{D}$ est le domaine délimité par la courbe C_f, la droite des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$. L'unité graphique est 2 cm.
   a. Donner le minimum et le maximum de f sur l'intervalle $[2; 3]$.
   En déduire un encadrement de $\int_2^3 f(x)dx$
   b. Calculer la valeur exacte de l'aire de $\mathcal{D}$ en cm^2.

5^e QUESTION (valeur = 4)

On appelle M_1 le point d'affixe $z_1 = 1 + 2\,i$ et on appelle M_2 le point d'affixe $z_2 = \frac{1}{z_1}$

1. Donner la forme algébrique de z_2.
2. Soit M_3 le point d'affixe $z_3 = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$. Montrer que M_3 est le milieu de $[M_1M_2]$.
3. On appelle M_4 le point d'affixe $z_4 = i$
   a. Calculer les longueurs M_1M_4 et M_2M_4.
   b. En déduire la nature du triangle $M_1M_2M_4$.
   c. On note r le module et θ un argument de $\frac{z_4 - z_1}{z_2 - z_1}$ et on note r' le module et θ' un argument de $\frac{z_4 - z_2}{z_1 - z_2}$. Exprimer r' et θ' en fonction de r et θ.

<u>Nota</u> :

1. Aucun document n'est autorisé.

2. Délits de fraude : "Tout candidat pris en flagrant délit de fraude ou convaincu de tentative de fraude se verra attribuer la note zéro, éliminatoire, sans préjudice de l'application des sanctions prévues par les lois et règlements en vigueur réprimant les fraudes dans les examens et concours publics".